

第3章 オシロスコープによる位相の測定

Measurement of Phase by Oscilloscope

3.1 目的

オシロスコープ画面に描かれたリサージュ図形 (Lissajous figure) により、任意の2つの正弦波電圧の位相差を測定する。あわせてオシロスコープの取扱方法を習得する。

3.2 理論

オシロスコープは電圧の波形観察のほかに周波数や位相差を測定することができる。いま同一周波数で位相差が φ である2つの正弦波電圧

$$e_a = V_a \sin \omega t \quad e_b = V_b \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.1)$$

をそれぞれ水平軸と垂直軸に加え、そのときの輝点の偏位を x 、 y とすれば

$$x = K V_a \sin \omega t \quad y = K V_b \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.2)$$

となる。ただし、 K は感度を表わす比例定数である。したがってオシロスコープに現われるリサージュ図形は

$$\left(\frac{x}{V_a}\right)^2 - 2\frac{xy}{V_a V_b} \cos \varphi + \left(\frac{y}{V_b}\right)^2 = K^2 \sin^2 \varphi \quad (3.3)$$

で表わされ、一般に楕円形になり、図3.1 のようになる。式(3.3) において

(1) $y = 0$ のときの x の値を x_1 とすれば

$$\frac{x_1}{K V_a} = \sin \varphi \quad (3.4)$$

(2) $x = 0$ のときの y の値を y_1 とすれば

$$\frac{y_1}{K V_b} = \sin \varphi \quad (3.5)$$

となる。式(3.2) から、 $K V_a$ 及び $K V_b$ はそれぞれ x 及び y の最大値であるから、

式(3.4)、(3.5)に図3.1のリサージュ図形を適用すれば、2つの正弦波電圧の位相差 φ は次式から求まる。

$$\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{B_1}{A_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{B_2}{A_2}\right) \quad (3.6)$$

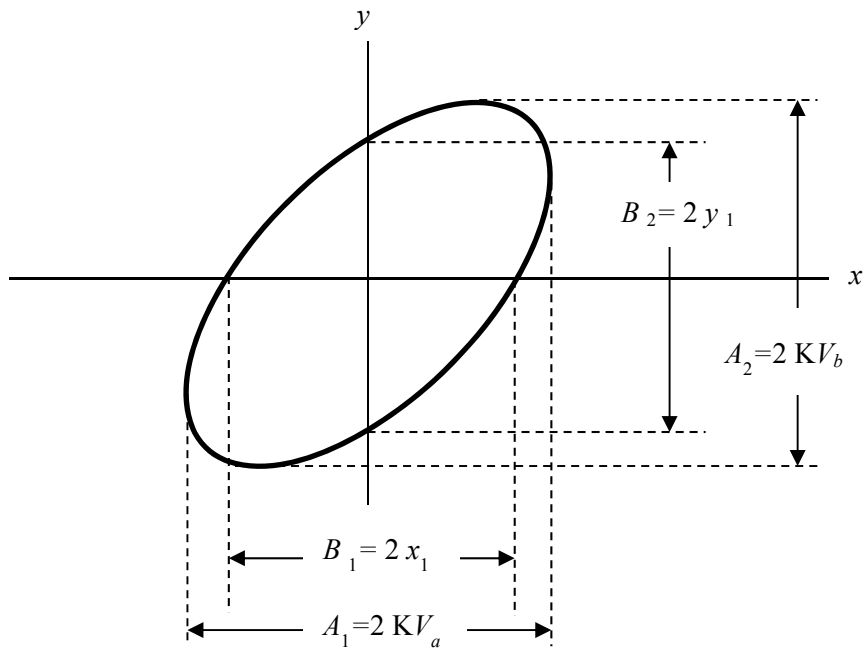


図3.1：リサージュ図形

また、位相差 φ とリサージュ図形との関係は、表3.1のようになる。

表3.1：位相差とリサージュ図形の関係

位相差 φ [$^{\circ}$]	0	45	90	135	180
リサージュ 図形					

3.3 方法

図3.2 のようなツーロン回路 (Toulon circuit) を結線する。

3.3.1 リサージュ図形による位相差の測定

図3.2 のようなツーロン回路で、振幅が等しく位相が異なる2つの交流電圧 V_a 及び V_b をそれぞれ水平軸及び垂直軸に加える。オシロスコプの画面に描かれたリサージュ図形の寸法 A_1 、 B_1 、 A_2 、及び B_2 (図3.1参照) を測り、式(3.6) から位相差 φ を求める。抵抗 R を変えて、表3.1に示した位相差 (0° 、 45° 、 90° 、 135° 、 180°) 付近、及びこれらの値の中間の位相差付近のデータを取得する。

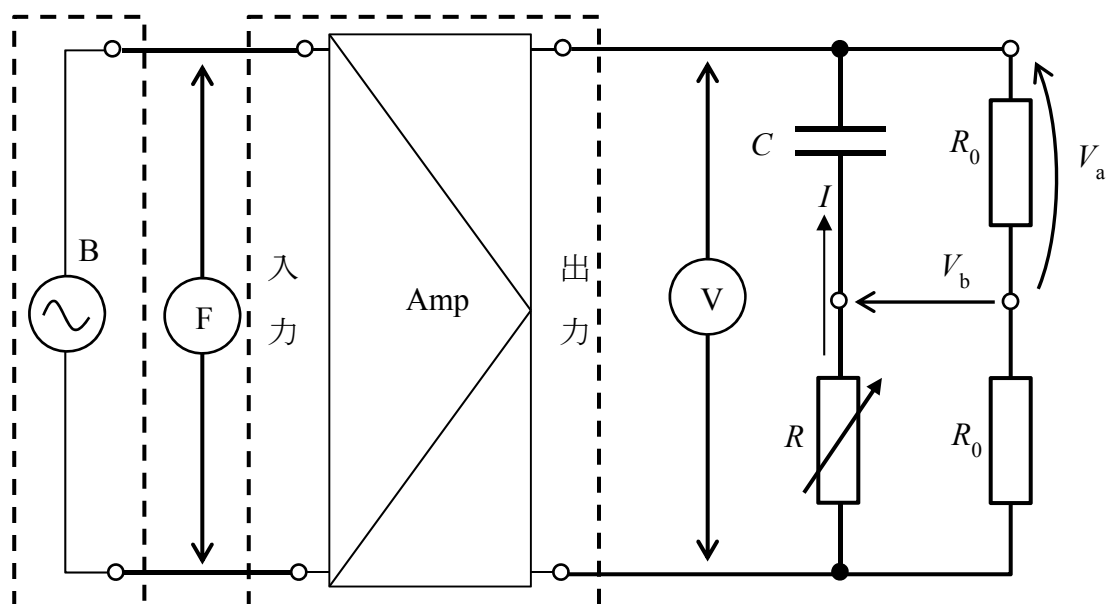


図3.2 : 位相測定の結線図 (ツーロン回路)

B : 低周波発振器

R : 可変抵抗

R_0 : 固定抵抗

C : 標準コンデンサ

V : デジタルマルチメータ

F : 周波数カウンタ

Amp : 増幅器

図3.2 のツーロン回路における V_a と V_b のベクトル図を描くと、図3.3 のようになる。このベクトル図から位相差 φ は

$$\varphi = 2 \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR} \quad (3.7)$$

となる。抵抗 $R = \infty$ のときは $\varphi = 0$ 、 $R = 0$ のときは $\varphi = 180^\circ$ となり、抵抗 R の変化に対する φ の変化範囲は $0 \sim 180^\circ$ となることが分かる。設定した周波数 f と抵抗 R 、使用した標準コンデンサの値 C を用いて、式(3.7)から位相差 φ を計算し、実測値と比較検討する。

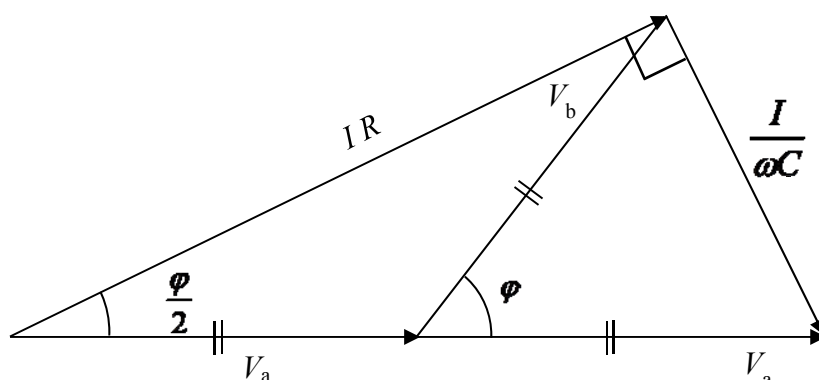


図3.3：ツーロン回路におけるベクトル図

3.3.2 波形の時間差による位相測定

オシロスコープに V_a と V_b の2波形を表示する。波形 V_a を基準波形とした時、波形 V_a の振幅が正から負に変わる零ボルトの点を X_1 、波形 V_b の振幅が正から負に変わる零ボルトの点を X_2 として、時間差 ΔX が求められる。この時間差 ΔX から位相差 φ は

$$\text{位相差 } \varphi = \frac{\text{時間差 } \Delta X}{1 \text{ 周期時間}} \times 360 [^\circ] \quad (3.8)$$

で求められる。

この位相差測定における抵抗 R の値は、3.3.1における位相差が約 45° と約 135° の場合の測定に使った値を用いる。

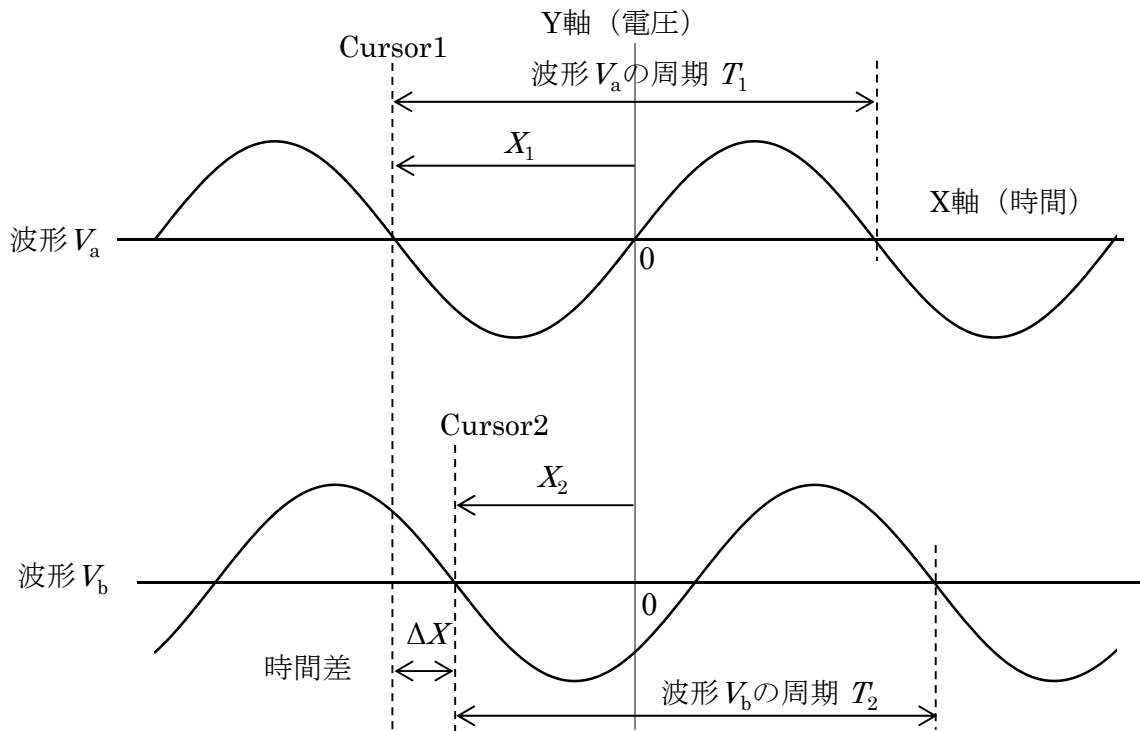


図3.4: 2波形の時間差と位相の関係図

オシロスコープを用いた時間測定から位相差を求める手順は次のようである。

1. 波形 V_a の1周期の時間 T_1 を測定する。
2. 波形 V_b の1周期の時間 T_2 を測定する。
3. 波形 V_a と波形 V_b の周期が同じ値であることを確認する。
4. 波形 V_a の電圧が正から負に変わる零ボルトの点(X_1)の時間軸にcursor1を移動する。
5. 波形 V_b の電圧が正から負に変わる零ボルトの点(X_2)の時間軸にcursor2を移動する。
6. 波形 V_a (cursor1)と波形 V_b (cursor2)の時間差 ΔX を測定する。
7. 1周期の時間と2波の時間差 ΔX から式(3.8)を用いて位相差を求める。

3.4 結果

3.4.1 リサージュ図形による位相差の測定結果

コンデンサ C _____ (μF) 周波数 f _____ (Hz)

抵抗 $R(\text{k}\Omega)$	リサージュ 図形	水 平 軸			垂 直 軸			位相差 φ ($^\circ$)	
		$A_1(\text{V})$	$B_1(\text{V})$	φ ($^\circ$)	$A_2(\text{V})$	$B_2(\text{V})$	φ ($^\circ$)	実測値 (平均値)	計算値

抵抗 R を横軸にし、位相差 φ を縦軸にして、実測値(平均値) と計算値の変化を片対数グラフで示す。

3.4.2 デジタルオシロスコープによる位相差の測定結果

時間レンジ、波形 V_a の周期 T_1 、波形 V_b の周期 T_2 、時間 X_1 、時間 X_2 、時間差 ΔX 、位相差 φ を表にまとめて報告する。

抵抗 $R(\text{k}\Omega)$	時間レンジ (msec/div)	波形 V_a の周期 $T_1(\text{msec})$	波形 V_b の周期 $T_2(\text{msec})$	時間 $X_1(\text{msec})$	時間 $X_2(\text{msec})$	時間差 $\Delta X(\text{msec})$	位相差 φ ($^\circ$)

3.5 注意

式(3.7) から位相差 φ を計算するとき、 $90^\circ \sim 180^\circ$ の範囲については注意を要する。このとき表3.1「位相とリサージュ図形の関係」を参考にすると良い。

3.6 問題

ツーン回路の位相差 φ を回路方程式より導け。