

# 第3章 LCR回路の共振特性の測定

Measurement of Resonance Characteristic of LCR Circuit

## 3.1 目的

LCRの直列ならびに並列共振特性を調べ、共振現象ならびにコイルのQについて習得する。

## 3.2 理論

LCR回路の共振状態を得るには、L、Cおよび電源周波数fのうちいずれを変化させてもよいが、ここではL、Cを一定にして、fを変化させる方法で行なう。

### 3.2.1 直列共振回路

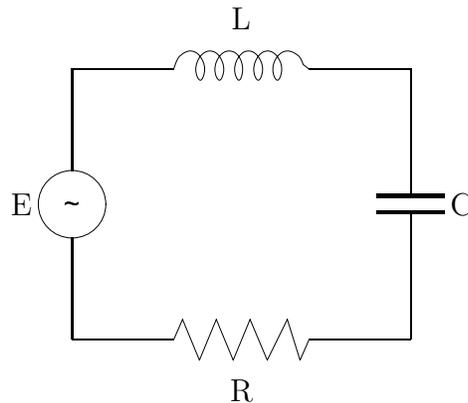


図 3.1: 直列共振回路図

図 3.1 の LCR の直列共振回路のインピーダンス  $\dot{Z}$  は

$$\dot{Z} = \frac{1}{\dot{Y}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (3.1)$$

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (3.2)$$

である。したがってZの値は周波数によって変わるが、リアクタンス分が零、すなわち $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ のときはインピーダンスは最小値  $Z_0 = R$  になり、逆に電流は最大値  $I_0 = E/R$  になる。これ

が直列共振状態であり、そのときの周波数  $f_0$  を共振周波数 resonance frequency という。すなわち

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.3)$$

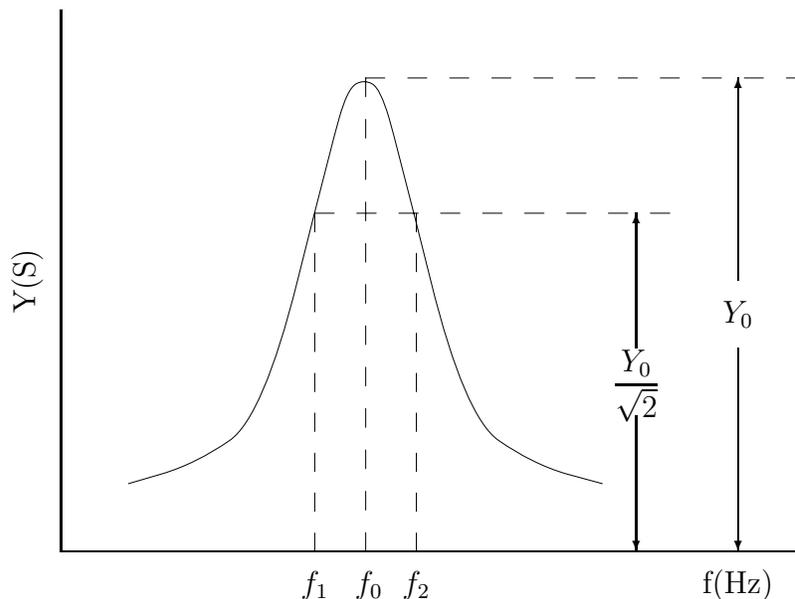


図 3.2: 直列共振特性

図 3.2 は周波数  $f$  に対するアドミタンス  $Y$  (または電流  $I$ ) の変化を表わす曲線で共振曲線という。その尖鋭度を表わす選択度  $Q$  は

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (3.4)$$

$$= \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (3.5)$$

$$= \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (3.6)$$

である。ここで、 $f_1$ 、 $f_2$  は共振曲線において、最大値の  $1/\sqrt{2}$  に対する周波数である。この  $Q$  を用いれば、共振時の  $L$  および  $C$  の端子電圧  $E_{L0}$ 、 $E_{C0}$  はそれぞれ

$$E_{L0} = \frac{E}{R} \omega_0 L = QE \quad E_{C0} = \frac{E}{R \omega_0 C} = QE \quad (3.7)$$

となる。すなわち共振時には  $L$  および  $C$  の端子には加えた電圧  $E$  の  $Q$  倍の電圧が現われる。また実際の共振回路では、抵抗  $R$  はコイルとコンデンサとの等価直列抵抗であるが、近似的には、コイルだけの等価直列抵抗とみなされ、 $Q$  の値が大きいほど、 $R$  は小さく、コイルの損失が少ないことを意味する。

### 3.2.2 並列共振回路

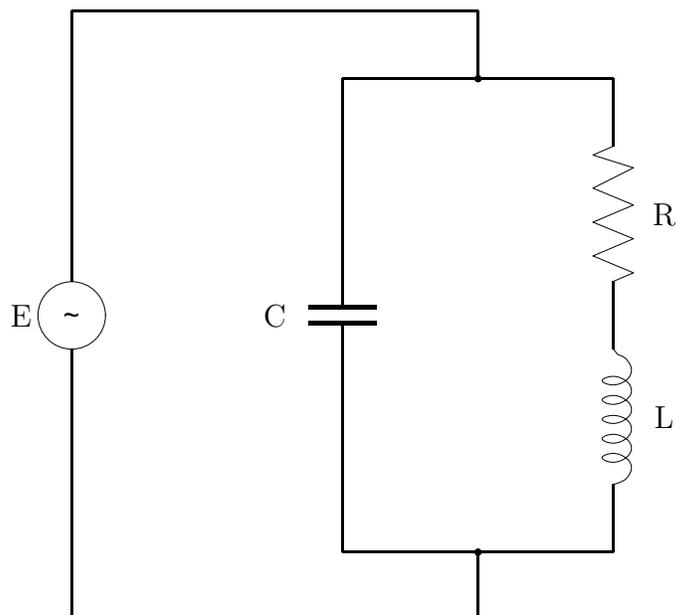


図 3.3: 並列共振回路

図 3.3 の LCR の並列共振回路のアドミッタンス  $\dot{Y}$  は、

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}} + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right) \quad (3.8)$$

である。リアクタンス分が零のときは、アドミッタンスは最小値になり、電流も最小値になる。これが並列共振状態であり、共振周波数  $f_0$  は次のようになる。

$$\omega C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + \omega_0^2 L^2} = 0 \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad (3.9)$$

$$|\dot{Y}| = \sqrt{\left(\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2} \quad (3.10)$$

もし  $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$  ならば

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.11)$$

となり、直列共振回路の共振周波数と一致する。

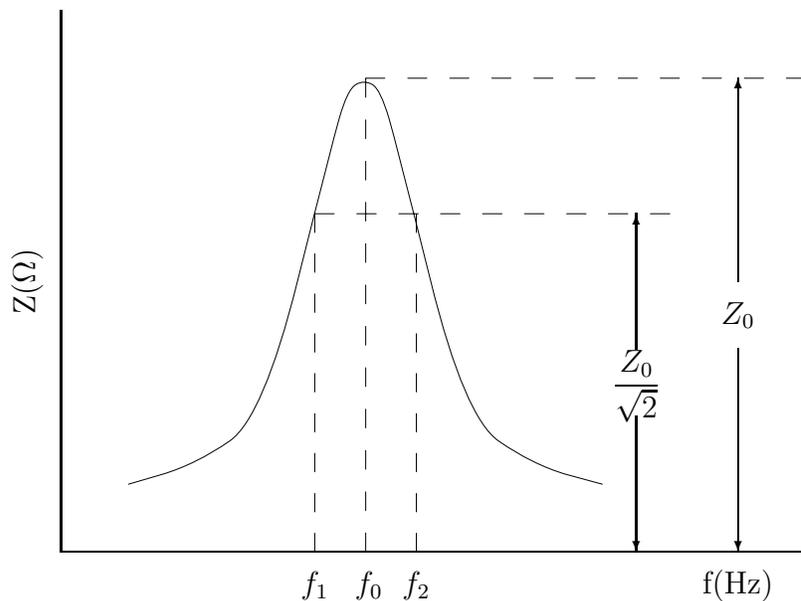


図 3.4: 並列共振特性

図 3.4 は周波数  $f$  に対するインピーダンス  $Z$  (または電流  $I$  の逆数) の変化を表わす曲線で、その選択度  $Q$  は

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (3.12)$$

$$= \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (3.13)$$

である。厳密には、図 3.4 において  $Z$  の値が最大になる点は  $f_0$  より多少大きい方に現われる。しかし  $R \ll \sqrt{L/C}$  の場合には、近似的に両者の点は一致する。

### 3.3 方法

図 3.5 と図 3.6 のように、共振回路に直列抵抗  $r$  を接続し、周波数  $f$  を変化して、これに対する共振回路および直列抵抗  $r$  の端子電圧  $V_a$  および  $V_b$  をマルチメータで測定する。

いま共振回路および直列抵抗  $r$  を流れる電流を  $I$  とすれば、次のようになる。

$$V_a = ZI \quad V_b = rI \quad (3.14)$$

これから

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{V_a}{V_b} r \quad (3.15)$$

となり、

共振回路のインピーダンス  $Z$  およびアドミッタンス  $Y$  は直列、並列共振回路ともに式 (3.15) から求められる。

### 3.3.1 直列共振回路

直列共振回路の結線を図 3.5 に示す。

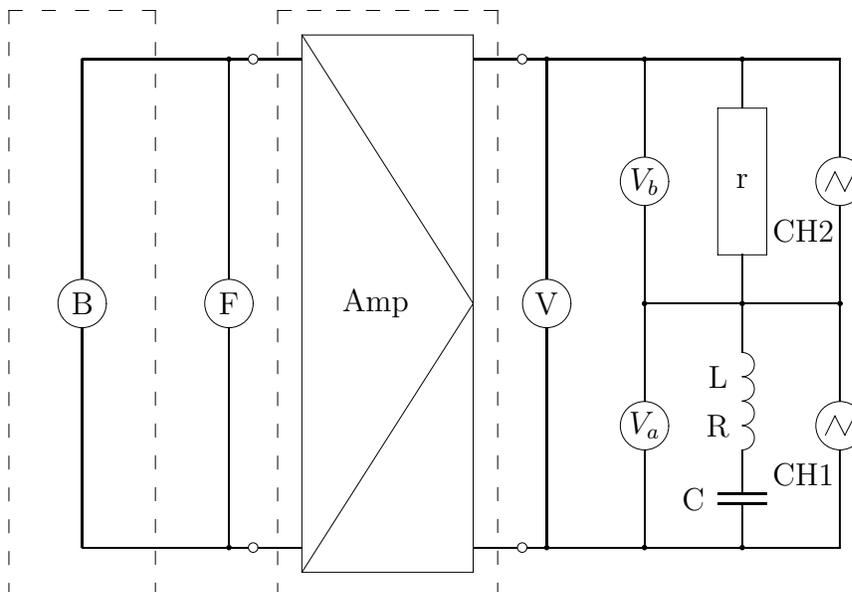


図 3.5: 直列共振特性の測定結線図 (JIS C 0617「電気用図記号」による表記)

B	: 低周波発振器	F	: 周波数計	$V_a$	: デジタルマルチメータ
C	: コンデンサ	L	: インダクタンス	$V_b$	: デジタルマルチメータ
r	: 高周波無誘導抵抗	R	: コイルの等価抵抗	V	: デジタルマルチメータ
CH1	: デジタルオシロスコープ	Amp	: 増幅器		
CH2	: デジタルオシロスコープ				

### 3.3.2 直列共振回路の共振周波数の測定

直列共振回路の共振周波数  $f_0$  (図 3.2 参照) を次の手順で測定する。

1. 図 3.5 の結線を終える。
2. 理論上の直列共振回路の共振周波数  $f_0$  (式 (3.3) 参照) を計算する。
3. 発振器の周波数を理論上の直列共振回路の共振周波数である式 (3.3) の  $f_0$  に設定する。
4. 図 3.5 の電圧  $V$  を Amp のゲインを調整して 15(V) から 16(V) の範囲で、いずれかの値に設定する。以後、Amp のゲインつまみは操作しない。
5. デジタルオシロスコープに 2 つの波形を表示する。
6. 発振器の周波数を少しずつ変化させ、オシロスコープに表示されている 2 つの波形のなかで、いずれか 1 つの波形の振幅を最小にする。
7. デジタルオシロスコープの表示をリサージュ波形表示に切り替える。
8. 楕円形のリサージュ波形が表示される。
9. 発振器の周波数を少しずつ変化させ、リサージュ波形を直線にする。
10. リサージュ波形が直線に設定した状態で周波数計を読み取る。この周波数が実測した直列共振回路の共振周波数  $f_0$  である。

### 3.3.3 直列共振回路のアドミッタンスの測定

図 3.5 のように直列共振回路を接続する。周波数  $f$  を変化して端子電圧  $V_a$  と  $V_b$  を測定する。変化する周波数の範囲は、実測した直列共振回路の共振周波数  $f_0$  の  $\pm 200(\text{Hz})$  の範囲である。このとき周波数の刻み幅は、次の値を目安にする。

$f_0 - 200(\text{Hz})$  から  $f_0 - 100(\text{Hz})$  までは  $20(\text{Hz})$

$f_0 - 100(\text{Hz})$  から  $f_0(\text{Hz})$  までは  $10(\text{Hz})$

$f_0(\text{Hz})$  から  $f_0 + 100(\text{Hz})$  までは  $10(\text{Hz})$

$f_0 - 200(\text{Hz})$  から  $f_0 + 100(\text{Hz})$  までは  $20(\text{Hz})$

ただし、刻み幅の  $10(\text{Hz})$  と  $20(\text{Hz})$  の変化分は、おおよその目安とする。

### 3.3.4 並列共振回路

並列共振回路の結線を図 3.6 に示す。

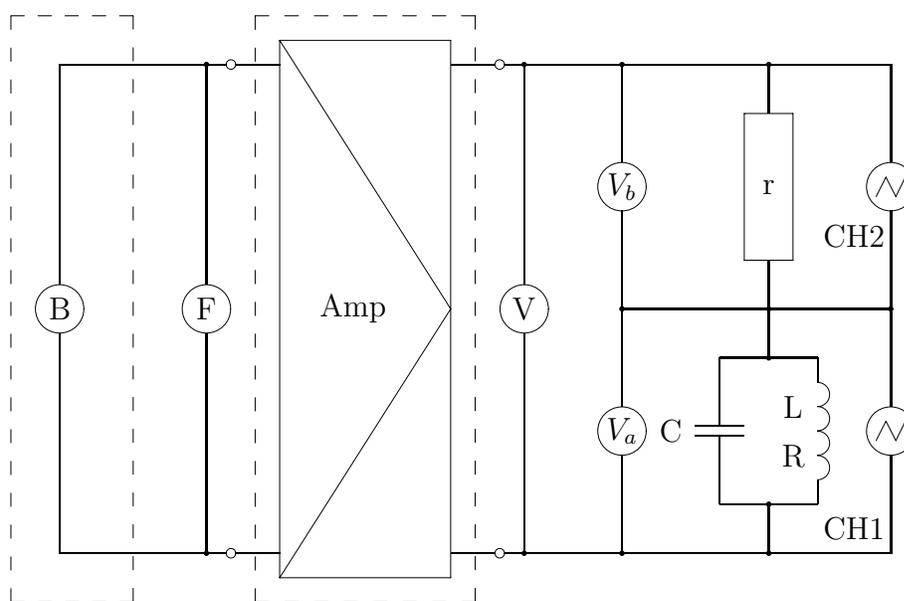


図 3.6: 並列共振特性の測定結線図 (JIS C 0617 「電気用図記号」による表記)

### 3.3.5 並列共振回路の共振周波数の測定

並列共振回路の共振周波数  $f_0$  (図 3.4 参照) を第 3.3.2 項「直列共振回路の共振周波数の測定」の手順を参考にして測定する。

ただし、第 3.3.2 項 2. での共振周波数は、理論上の並列共振回路の共振周波数  $f_0$  を求める式 (3.9) を用いて計算する。

### 3.3.6 並列共振回路のインピーダンスの測定

図 3.6 のように並列共振回路を接続する。

測定は、第 3.3.3 項の「直列共振回路のアドミッタンスの測定」を参考にする。

### 3.3.7 コイルの直流抵抗の測定

コイルの直流抵抗  $R$  をマルチメータで測定する。

## 3.4 結果

コイルのインダクタンス  $L(\text{mH})$

コンデンサのキャパシタンス  $C(\mu\text{F})$

直列抵抗  $r(\Omega)$

コイルの直流抵抗  $R(\Omega)$

#### 3.4.1 直列共振回路のアドミッタンス

周波数  $f$  を横軸にし、アドミッタンス  $Y$  を縦軸にしてアドミッタンス  $Y$  の変化を曲線で示す。

この曲線に  $f_1$ 、共振周波数  $f_0$  および  $f_2$  (図 3.2 参照) を記入する。

式 (3.6) から選択度  $Q$  を求める。このとき、代入する数値を明記する。

式 (3.4) または式 (3.5) から  $R$  を求める。前と同様に代入する数値を明記する。

周波数 $f(\text{Hz})$	電子電圧計の読み		アドミッタンス (S)
	$V_a(\text{V})$	$V_b(\text{V})$	

#### 3.4.2 並列共振回路のインピーダンス

周波数  $f$  を横軸にし、インピーダンス  $Z$  を縦軸にしてインピーダンス  $Z$  の変化を曲線で示す。

この曲線に  $f_1$ 、共振周波数  $f_0$  および  $f_2$  (図 3.4 参照) を記入する。

式 3.13 から選択度  $Q$  を求める。このとき、代入する数値を明記する。

式 3.12 から  $R$  を求める。前と同様に代入する数値を明記する。

周波数 $f(\text{Hz})$	電子電圧計の読み		インピーダンス ( $\Omega$ )
	$V_a(\text{V})$	$V_b(\text{V})$	

## 3.5 注意

1. 浮遊容量の影響がないように配線に注意する。

2. STANDAR CAPACITOR の端子は、 $C_1$  と  $C_2$  を使用する。
3. デジタルマルチメータは交流で使用する。

## 3.6 問題

### 3.6.1 調査・検討問題

1. マルチメータ (電子電圧計) の代りにふつうの電圧計を用いたならば、いかなる影響があるか。
2. 式 3.3 で求めた理論上の直列共振回路の共振周波数  $f_0$  と第 3.3.2 項で実測した直列共振回路の共振周波数  $f_0$  の違いを検討する。
3. 式 3.9 で求めた理論上の並列共振回路の共振周波数  $f_0$  と第 3.3.4 項で実測した並列共振回路の共振周波数  $f_0$  の違いを検討する。